

3. Елистратова О.В., Кондратов Д.В. Проблема гидроупругости тройной соосной упругой трубы, взаимодействующей с двумя пульсирующими слоями жидкости // Компьютерные науки и информационные технологии. Материалы Международной научной конференции – 2016. – С. 151–153.
4. Елистратова О.В., Кондратов Д.В. Моделирование динамики трех упругих соосных оболочек, свободно опертых на концах, взаимодействующих с двумя пульсирующими слоями жидкости, находящихся между ними при пульсации давления // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. – 2016. – № 1. – С. 11–15; URL: mathmod.esrae.ru/1–2.
5. Кондратова Ю.Н., Кондратов Д.В., Могилевич Л.И. Гидроупругость трубопровода кольцевого профиля со свободным опиранием при воздействии вибрации // Вестник Саратовского государственного технического университета. – 2011. – Т. 4. – № 4 (62). – С. 9–14.
6. Кондратов Д.В., Могилевич Л.И., Попова А.А., Попова Е.В. Исследование колебаний упругого цилиндра, окруженного упругой средой и взаимодействующего с пульсирующим слоем сильновязкой жидкости // Тезисы докладов V международного научного семинара «Динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии полей различной физической природы» Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет). – 2016. – С. 97–101.
7. Кондратов Д.В., Кондратова Ю.Н. Гидроупругость рубашки двигателя внутреннего сгорания с водяным охлаждением // Проблемы управления, обработки и передачи информации (АТМ-2013) Сборник трудов III международной научной конференции. Под редакцией А.А. Львова и М.С. Светлова. – 2013. – С. 166–173.
8. Могилевич Л.И., Попов В.С., Христофорова А.В. Математические вопросы гидроупругости трехслойных элементов конструкций. – Саратов: Изд-во КУБиК, 2012. – 123 с.
9. Могилевич Л.И., Попов В.С., Попова А.А. Динамика взаимодействия упругих элементов вибромашины со сдавливаемым слоем жидкости, находящимся между ними // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2010. – № 4. – С. 23–32.
10. Формалев В.Ф., Кузнецова Е.Л., Селин И.А. Аналитическое исследование задач типа Стефана в композиционных материалах с произвольным числом подвижных границ фазовых превращений // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2009. – Т. 15. – № 2. – С. 256–264.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОУПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ ПЛАСТИНЫ, УСТАНОВЛЕННОЙ НА ГРУНТЕ И ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕЙ СО ШТАМПОМ ЧЕРЕЗ СЛОЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

И.А. Ковалева, А.В. Черненко

Научный руководитель профессор В.С. Попов

**Саратовский государственный технический университет имени Ю.А.Гагарина,
г. Саратов, Россия**

Проблемы гидроупругих колебаний элементов конструкций являются актуальными как с теоретической, так и практической точки зрения [1–8]. Особое внимания в условиях Арктики необходимо обратить на взаимодействие различных конструкций с грунтом, т.к. его повреждения могут существенно сказаться на

экологии и природе. В связи с этим, видится важным разработка инженерных методов моделирования и расчета колебаний упругих элементов конструкций, установленных на грунте, и взаимодействующих с вибрирующими частями машин через демпфирующий слой жидкости.

Рассмотрим пластину-полоску, установленную на грунте и являющуюся стенкой плоского узкого канала, заполненного сильновязкой демпфирующей жидкостью. Вторую стенку канала образует вибрирующее абсолютно жесткое тело – штамп. Поверхность штампа, взаимодействующая с жидкостью, плоская и параллельна пластине. Закон вибрации штампа задан как гармонический закон $z = z_m \sin(\omega t)$, где z_m – амплитуда вибраций штампа, ω – частота, t – время. Пластина шарнирно оперта на торцах канала, а истечение жидкости на торцах можно считать свободным в ту же среду с постоянным давлением p_0 . Пластину-полоску будем рассматривать как балку, а грунт как упругое основание Винклера [7]. Движение жидкости в силу ее большой вязкости и узости канала будем рассматривать как ползущее. Толщина балки-полоски h_0 значительно меньше ее длины ℓ , а ее прогиб значительно меньше толщины слоя жидкости в канале δ_0 .

Для построения расчетной модели сделаем переход, аналогичный предложенному в [6], от балки-полоски к модели с сосредоточенной приведенной массой m , закрепленной на пружине с приведенной жесткостью k . В результате будем рассматривать упругую стенку канала как абсолютно жесткую массой m , имеющую подвес на пружине с жесткостью n . Введем в рассмотрение декартову систему координат Ox_2z_2 , связанную с центром жесткой стенки канала, имеющей упругий подвес, и рассмотрим плоскую задачу гидромеханики аналогичную [4, 9], рассмотренной для клиновидного узкого канала. В результате определяем давление жидкости в канале

$$p = p_0 + 6\rho v \ell^2 \delta_0^{-3} ((2x/\ell)^2 - 1)(dz/dt - dz_2/dt), \quad (1)$$

а затем находим выражение для силы, действующей со стороны жидкости на жесткую стенку канала, имеющую упругую связь, в следующем виде:

$$F_{ж} = -\ell b p_0 - 4\ell^3 b \rho v \delta_0^{-3} (dz_2/dt - dz/dt) = -\ell b p_0 + K\dot{z} - K\dot{z}_2. \quad (2)$$

Здесь $K = 4\ell^3 b \rho v \delta_0^{-3}$ – коэффициент демпфирования слоя сильновязкой жидкости, z_2 – закон движения стенки-канала, установленной на грунте.

В результате аналогично [1, 5, 6] получены уравнения движения стенки-канала, установленной на грунте, в виде уравнения движения одномассовой модели:

$$m\ddot{z}_2 + K\dot{z}_2 + nz_2 = -\ell b p_0 + K\omega z_m \cos \omega t. \quad (3)$$

Здесь приведенная масса m и приведенный коэффициент жесткости пружины n определены согласно подходу, предложенному в работе [6] как $m = \rho_0 b h_0 \ell / 2$, $n = \pi^5 EI / 4b\ell^3 (1 + \varepsilon \ell^5 / (\pi^4 EI))$, $I = b h_0^3 / 12$, где b – ширина пластины.

Решение (3) для установившегося режима гармонических колебаний имеет вид $z_2 = -b\ell p_0 / n + z_m A(\omega) \sin(\omega t + \varphi)$, $\varphi = \arctg(K\omega / (m\omega^2 - n))$, (4)
где $A(\omega) = K\omega / \sqrt{(n - m\omega^2)^2 + K^2\omega^2}$ – амплитудная частотная характеристика стенки установленной на грунте.

Таким образом, построена математическая модель для исследования

колебаний пластины, установленной на грунт, под воздействием вибрирующего штампа через демпфирующий слой сильновязкой жидкости. Полученные результаты можно использовать для разработки и анализа работы вибрирующих механизмов и жидкостных демпферов, установленных на грунт в арктических условиях.

Выполнено при поддержке РФФИ грант №16-01-00175-а, грант №15-01-01604-а

Литература

1. Ageev R.V., Mogilevich L.I., Popov V.S., Popova A.A., Kondratov D.V. Mathematical model of pulsating viscous liquid layer movement in a flat channel with elastically fixed wall // *Applied Mathematical Sciences*. – 2014. – Т. 8. – № 157–160. – С. 7899–7908.
2. Грушенкова Е.Д., Могилевич Л.И., Попова А.А. Математическое моделирование гидроупругих колебаний трехслойного элемента опоры с пульсирующим слоем вязкой несжимаемой жидкости // *Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках*. – 2016. – № 1. – С. 24–32.
3. Kondratov D.V., Kalinina A.V., Mogilevich L.I., Popova A.A., Kondratova Y.N. Mathematical model of elastic ribbed shell dynamics interaction with viscous liquid under vibration // В сборнике: *Vibroengineering Procedia 22, Dynamics of Strongly Nonlinear Systems*. Сер. "22nd International Conference on Vibroengineering" – 2016. – С. 300–305.
4. Mogilevich L.I., Popov V.S., Rabinsky L.N. Mathematical modeling of elastically fixed wall longitudinal oscillations of wedge-shaped channel under foundation vibration // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. – 2016. – Т. 12. – № 4. – С. 9–17.
5. Могилевич Л.И., Попов В.С., Попова А.А. Динамика взаимодействия упругих элементов вибромашины со сдвливаемым слоем жидкости, находящимся между ними // *Проблемы машиностроения и надежности машин*. – 2010. – №4. – С. 23–32.
6. Могилевич Л.И., Попов В.С. Динамика взаимодействия упругого цилиндра со слоем вязкой несжимаемой жидкости // *Известия Российской академии наук. Механика твердого тела*. – 2004. – № 5. – С. 179–190.
7. Могилевич Л.И., Попов В.С., Попова А.А. Динамика взаимодействия пульсирующей вязкой жидкости со стенками щелевого канала, установленного на упругом основании // *Проблемы машиностроения и надежности машин*. – 2017. – № 1. – С. 15–23.
8. Попов В.С., Попова А.А., Волов М.И. Математическое моделирование взаимодействия ламинарного пульсирующего потока с цилиндрической ребристой оболочкой, по которой он движется // *Совершенствование методов гидравлических расчетов водопропускных и очистных сооружений*. – 2010. – № 1 (36). – С. 51–66.
9. Popov V.S., Popova A.A., Sokolova D.L. Mathematical modeling of longitudinal oscillations tapered narrow channel wall under pulsating pressure of highly viscous liquid // *Applied Mathematical Sciences*. – 2016. – Т. 10. – № 53. – С. 2627–2635.